

1. Feladatsor

1. Becsüljük meg, hogy hány mg-mal nő 1 m^3 víz tömege, ha $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -ról $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítjük. Használjuk az $E = m \cdot c^2$ összefüggést ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). A víz sűrűsége 1 kg/dm^3 , fajlagos hőkapacitása $4,18 \text{ kJ/kgK}$. (Tekintsük függetlennek a hőmérséklettől.)

Megoldás

A melegítéskor közölt hő (ennyivel nő a belső energia – pontosabban az entalpia, de a pV szorzatban bekövetkező változást elhanyagoljuk):

$$\Delta E = Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 4,18 \cdot 1000 \cdot 100 = 4,18 \cdot 10^5 \text{ kJ} = 4,18 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Delta m = \frac{4,18 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2} = 4,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

Tehát a tömeg kb. $5 \cdot 10^{-6} \text{ g}$ -mal, azaz $0,005 \text{ mg}$ -mal nő.

2.

Határozatlan integrálok

a: állandó, c: integrációs állandó

$$\int dx = x + c$$

$$\int adx = ax + c$$

$$\int ax dx = \frac{ax^2}{2} + c$$

$$\int ax^2 dx = \frac{ax^3}{3} + c$$

$$\int \frac{a}{x} dx = a \ln x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

Határozott integrálok

(az 1-es állapottól a 2-es állapotig)

U: belső energia, V: térfogat

T: hőmérséklet

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1 \quad \int_1^2 dV = V_2 - V_1$$

$$\int_1^2 dT = T_2 - T_1 \quad \int_1^2 adT = a(T_2 - T_1)$$

$$\int_1^2 aT dT = \frac{a}{2}(T_2^2 - T_1^2)$$

$$\int_1^2 aT^2 dT = \frac{a}{3}(T_2^3 - T_1^3)$$

$$\int_1^2 \frac{a}{T} dT = a \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\int_1^2 \frac{a}{T^2} dT = -a \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = a \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

3. Mekkora a térfogati munka, ha a) egy mól alumíniumot b) 1 mól argont melegítünk 25 °C-ról 100 °C-ra 1 bar állandó nyomáson?

Az aluminium sűrűsége 25 °C-on 2,70 g/cm³, moláris hőkapacitása 24,27 J/molK, köbös hőtágulási együtthatója 7,5·10⁻⁵ K⁻¹, móltömege 27,0 g/mol.

Az argon moláris hőkapacitása C_{mp} = 20,79 J/molK (5/2R), tekintsük tökéletes gáznak.

Megoldás

a) Egy mól Al térfogata: $V_0 = 27/2,7 = 10 \text{ cm}^3$. A térfogat-változás:

$$\Delta V = V_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T = 10 \text{ cm}^3 \cdot 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 75 \text{ K} = 0,056 \text{ cm}^3 = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3.$$

$$\underline{W} = -p \cdot \Delta V = -10^5 \text{ Pa} \cdot 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 = \underline{-5,6 \cdot 10^{-3} \text{ Joule}} \text{ (nagyon kicsi).}$$

b) Tökéletes gáz: $\underline{W} = -p \cdot \Delta V = -n \cdot R \cdot \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J/molK} \cdot 75 \text{ K} = \underline{-623 \text{ Joule}}$
Nem volt szükség a moláris hőkapacitásra.

Grofcsik András