

5. feladatsor

Feladatok

15. Értelmezzük az alábbi állításokat a termodinamika I. főtétele alapján.

- Egy „tudós” sokmilliós pályázatot nyújtott be arra, hogy kifejlessze a vízzel hajtott autót. Lényege, hogy az autóban magas hőmérsékleten elbontjuk a vizet hidrogénre és oxigénre, majd ezekkel hajtjuk a robbanómotort. Kapjon-e pályázati pénzt?
- Egy cég azt állítja, hogy az általa gyártott kondenzációs kazán hatásfoka 105 %. Elhiggyük-e?
- Egy másik cég azt állítja, hogy az általa gyártott hőszivattyús fűtőberendezés 10 kW elektromos teljesítményt vesz fel és 30 kW fűtőteljesítményt ad le. Elhiggyük-e?

Megoldás

a) Ne kapjon! Hess tétele szerint nem nyerhetünk több energiát a hidrogén elégetésekor, mint amennyit a víz bontásakor elhasználtunk. Jellemző, hogy az Interneten a Google keresőben a "vízzel hajtott autó"-ra több ezer találatot kapunk jobbnál jobb ötletekkel, amelyek figyelmen kívül hagyják a termodinamika I. főtételét.

b) Ha a hatásfokot úgy definiáljuk, hogy az a hasznosított energia és a befektetett energia hányadosa, akkor természetesen nem lehet nagyobb 100 %-nál. A fenti esetben a földgáz fűtőértékéhez viszonyítják a kazán hőtermelését. (Egy tüzelőanyag fűtőértéke az a hőmennyiség, ami 1 kg (vagy 1 mol) tüzelőanyagban kinyerhető olyankor, ha a füstgázzal távozó víz gőz formájában marad). Ha a keletkező vízgőzt kondenzáltatjuk, akkor további energiát tudunk hasznosítani, így az összes leadott hő nagyobb lehet a fűtőértéknél (de nem az égéshőnél, amelynek definíciójában szerepel, hogy az égéstermékek hőmérséklete ugyanakkora, mint a reaktánsoké).

c) Elhíhetjük, ez nem mond ellent a termodinamika I. főtételének. A hőszivattyú a hűtőszekrényhez hasonlóan működik. A munkaanyaggal, amely könnyen kondenzálódó gáz, körfolyamatot végzünk. Ennek során Q_1 hőt vonunk el az alacsonyabb hőmérsékletű helyről (pl. külső talaj, illetve a hűtőszekrény belseje), és Q_2 hőt adunk le a magasabb hőmérsékletű helyen (lakás, illetve a hűtőszekrény hátulján lévő bordázat). Ez a II. főtétel szerint önként nem mehet végbe csak W munkavégzéssel. Mivel a munkaanyag zárt rendszerben van, és körfolyamatban vesz részt, az I. főtételt így alkalmazhatjuk: $\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$. A munkaanyag szempontjából Q_1 és W pozitív, Q_2 negatív. A példában szereplő adatokkal ez úgy teljesülhet, ha a hőszivattyú másodpercenként 20 kJ hőt von el a hidegebb helyről. ($20 \text{ kW} - 30 \text{ kW} + 10 \text{ kW} = 0$). Itt a súrlódási és egyéb veszteségektől eltekintettünk, a valóságban a befektetett energiának azokat is fedezni kell.

A hőszivattyúról (heat pump) sok érdekességet találhatunk az Interneten.

A hűtőgépet és a hőszivattyút a fordított Carnot-ciklussal modellezhetjük. Itt is az történik, hogy munkát végzünk a rendszeren, miközben magasabb hőmérsékleten hőt ad le, és alacsonyabb hőmérsékleten hőt vesz fel a környezetéből.

16. Írjuk fel az alábbi összefüggést (a szabadentalpia teljes differenciálját) kétkomponensű rendszerre (röviden is). A parciális deriváltakban gondosan tüntessük fel az állandónak tartott paramétereket.

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_{T, n_i} dp + \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{p, n_i} dT + \sum_i \left(\frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T, p, n_j} dn_i \quad (= Vdp - SdT + \sum \mu_i dn_i)$$

Megoldás

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_{T, n_1, n_2} dp + \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{p, n_1, n_2} dT + \left(\frac{\partial G}{\partial n_1} \right)_{T, p, n_2} dn_1 + \left(\frac{\partial G}{\partial n_2} \right)_{T, p, n_1} dn_2$$

Röviden:

$$dG = Vdp - SdT + \mu_1 dn_1 + \mu_2 dn_2$$

17. Bizonyítsuk be, hogy a kémiai potenciál a belső energiából és az entalpiából a következőképpen származtatható le:

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S, V, n_j} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{S, p, n_j}$$

Felhasználhatjuk a szabadenergia és a szabadentalpia teljes differenciálját:

$$dA = -pdV - SdT + \sum_i \mu_i dn_i \quad dG = Vdp - SdT + \sum_i \mu_i dn_i$$

Megoldás

$$U = A + TS, \quad dU = dA + TdS + SdT$$

$$dU = -pdV - SdT + \sum_i \mu_i dn_i + TdS + SdT$$

$$dU = -pdV + TdS + \sum_i \mu_i dn_i \quad \mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S, V, n_j}$$

$$H = G + TS, \quad dH = dG + TdS + SdT$$

$$dH = Vdp - SdT + \sum_i \mu_i dn_i + TdS + SdT$$

$$dH = Vdp + TdS + \sum_i \mu_i dn_i \quad \mu_i = \left(\frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{S, p, n_j}$$

18. 25 °C-on az O₂ standard kémiai potenciálja -61,16 kJ/mol, a N₂-é -57,13 kJ/mol. Számítsuk ki 100 mol levegő szabadentalpiáját ugyanezen a hőmérsékleten és 1 bar nyomáson. (Tökéletes gázok, az egyszerűség kedvéért vegyük úgy, hogy a levegő 20 mol % O₂-ből és 80 mol % N₂-ből áll). Használjuk a $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln p_i/p^0$ kifejezést.

Megoldás

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln \frac{p_i}{p^0}$$

$$\mu(\text{O}_2) = -61160 + 8,314 \cdot 298 \cdot \ln(0,2 \text{ bar}/1 \text{ bar}) = -65150 \text{ J/mol}$$

$$\mu(\text{N}_2) = -57130 + 8,314 \cdot 298 \cdot \ln(0,8 \text{ bar}/1 \text{ bar}) = -57680 \text{ J/mol}$$

$$\underline{G} = \mu(\text{O}_2) \cdot n(\text{O}_2) + \mu(\text{N}_2) \cdot n(\text{N}_2) = -65,15 \cdot 20 - 57,68 \cdot 80 = \underline{-59200 \text{ kJ}}$$

19. Számítsuk ki 25 °C-on a 20 tömegszázalékos répacukor oldatban a cukor

a) móltörtjét,

b) koncentrációját (mol oldott anyag per 1 dm³ oldat),

c) molalitását (mol oldott anyag per 1 kg oldószer).

Az oldat sűrűsége 1,0794 g·cm⁻³, a móltömegek 18,0 és 342 g·mol⁻¹.

Megoldás

a) 100 g oldatban van 20 g, azaz 20/342 = 0,0585 mol cukor,

80 g, azaz 80/18 = 4,4444 mol víz.

A cukor móltörtje: $\underline{x_{\text{cukor}}} = 0,0585 / (0,0585 + 4,4444) = \underline{0,0130}$

b) 100 g oldat térfogata: 100/1,0794 = 92,64 cm³ = 0,09264 dm³.

A koncentráció: $\underline{c} = 0,0585 \text{ mol} / 0,09264 \text{ dm}^3 = \underline{0,631 \text{ mol} / \text{dm}^3}$.

c) 80 g, azaz 0,08kg vízben van 0,0585 mol cukor.

A molalitás: $\underline{m} = 0,0585 / 0,08 = \underline{0,731 \text{ mol/kg}}$.

20. Az 50 tömegszázalékos etanol-víz elegyben a víz parciális móltérfogata 25 °C-on 17,4 cm³/mol. Mennyi az etanol parciális móltérfogata ugyanabban az elegyben? Az elegy sűrűsége 0,914 g/cm³, M_{et} = 46 g/mol, M_{víz} = 18 g/mol.

Javaslat: vegyünk 100 g oldatot, és használjuk a $V = n_1V_1 + n_2V_2$ összefüggést.

Megoldás

100 g oldatban van 50/18 = 2,778 mol víz és 50/46 = 1,087 mol etanol.

Az oldat térfogata $V = 100 / 0,914 = 109,41 \text{ cm}^3$.

$$V = n_1V_1 + n_2V_2 \quad 109,41 = 2,778 \cdot 17,4 + 1,087 \cdot V_{\text{etanol}}$$

$$\underline{V_{\text{etanol}}} = \underline{56,2 \text{ cm}^3/\text{mol}}$$