

## MÉRÉSI FELADATOK

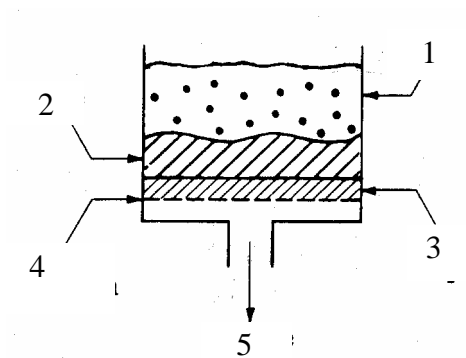
### 6. Hidrodinamikai műveletek

#### 6.1. Szűrési gyakorlat keretes szűrőpréssel.

##### 6.1. Elméleti bevezetés

A szűrés nyomáskülönbség, mint hajtóerő hatására végbemenő hidrodinamikai elválasztási művelet. Célja a folyadék-szilárd rendszerek (szuszpenziók) vagy gáz-szilárd rendszerek (poros levegő), illetve gáz-folyadék rendszerek szétválasztása.

Folyadék-szilárd rendszerek szűrésénél a szuszpenziót pórusos szemcsehalmaz rétegen vezetjük keresztül, amely a lebegő szilárd részecskéket visszatartja, a folyadékot pedig átengedi.



6.1-1. ábra. A szűrés elvi vázlata

1-szuszpenzió, 2-iszapréteg (iszaplepleny), 3-szűrőközeg, 4-tartórács, 5-szűrlet (filtrátum)

A szilárd anyag tehát fennmarad a szűrőközeg felületén, a folyadék pedig a szűrőfelület előtt és után levő nyomáskülönbség hatására átáramlik a szűrőközeg pórusain. A szűrés előrehaladásával lerakódó iszapréteg maga is szűrőréteget képez. A lerakódott iszapréteg vastagsága döntő mértékben befolyásolja a szűrő teljesítményét.

##### 6.1.1.1. Az iszapréteg ellenállása

*Darcy* már 1830-ban tanulmányozta Dijonban a víz homokrétegen keresztül kialakuló szűrési sebességét. Mérései azt igazolták, hogy a szűrési sebesség egyenesen arányos a nyomás-különbséggel, de fordítva arányos a folyadékfázis viszkozitásával és az iszapréteg vastagságával:

$$v = \frac{1}{A} \left( \frac{dV}{dt} \right) = B \frac{\Delta p_\ell}{\eta \ell} \quad (6.1-1)$$

ahol  $v$  a szűrési sebesség,  $V$  a szűrlettérfogat [ $\text{m}^3$ ],  $A$  a szűrőfelület [ $\text{m}^2$ ],  $\eta$  a szűrlet dinamikai viszkozitása [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ],  $\ell$  az iszapréteg (iszaplepeny) vastagsága [ $\text{m}$ ],  $t$  a szűrési idő [ $\text{s}$ ],  $\Delta p_\ell$  az iszaprétegen kialakuló nyomásesés [ $\text{N}/\text{m}^2$ ],  $B$  a szűrőréteg un. permeabilitási (áteresztési) együtthatója [ $\text{m}^2$ ].

Az (6.1-1) kifejezés összhangban van a szemcsehalmazon keresztül történő lamináris áramlás elméletével, pontosabban a *Blake-Kozeny*-egyenlettel, [Fonyó-Fábry könyv (3.61) egyenlete, 94 old.]. Kifejezve abból az átlagos sebességet:

$$v = \frac{1}{A} \left( \frac{dV}{dt} \right) = \left[ \frac{\varepsilon^3}{K (1 - \varepsilon)^2 \omega_p^2} \right] \frac{\Delta p_\ell}{\eta \ell} \quad (6.1-2)$$

adódik, amelyből a zárójeles kifejezés összevonásával és a  $B$  permeabilitási együttható beírásával kapjuk a Darcy-féle egyenletet. A (6.1-2) összefüggésben  $K$  állandó,  $\omega_p$  a szilárd részecskék fajlagos felülete [ $\text{m}^2/\text{m}^3$ ],  $\varepsilon$  a relatív hézagtérfogat [ $\text{m}^3/\text{m}^3$ ].

Az (6.1-1) egyenletből az iszapréteg nyomásesés kifejezése:

$$\Delta p_\ell = \frac{\eta}{A} \frac{\ell}{B} \left( \frac{dV}{dt} \right) \quad (6.1-3)$$

Az [ $\text{m}^{-1}$ ] mértékegységű ( $\ell/B$ ) iszapréteg ellenállás helyett, szokásos az

$$\ell/B = (\alpha c V)/A$$

használata, ahol  $\alpha$  a fajlagos iszapellenállás [ $\text{m}/\text{kg}$ ],  $c$  pedig az egységnyi térfogatú szűrletből felhalmozódó részecskék tömege [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]:

$$\Delta p_\ell = \frac{\eta}{A} \left( \alpha c \frac{V}{A} \right) \left( \frac{dV}{dt} \right). \quad (6.1-4)$$

Az ( $\ell/B$ ) iszapréteg ellenállása helyett az  $(\alpha c V)/A$  összefüggés használata azért célszerűbb, mert ebben kifejezésre jut az iszapréteg ellenállás függősége a  $V$  szűrlettérfogattól: növekvő szűrlettérfogathoz növekvő ellenállás tartozik.

Részletesebben ez azt jelenti, hogy az  $\ell$  iszapréteg vastagság kifejezhető az iszaprétegre felírt anyagmérlegeből:

$$\ell A (1 - \varepsilon) \rho_p = c (V + \varepsilon \ell A),$$

ahol  $\rho_p$  a részecskék sűrűsége. Az utolsó tag az iszaprétegbe zárt szűrlettérfogat. Ez elhanyagolhatóan kicsi, így jó közelítéssel:

$$\ell = \frac{c V}{A (1 - \varepsilon) \rho_p} \quad (6.1-5)$$

A (6.1-2) és (6.1-5) egyenletből kapjuk:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p_\ell A}{\eta} \left( \frac{\varepsilon^3 \rho_p}{K(1-\varepsilon)\omega_p^2} \right) \left( \frac{A}{cV} \right),$$

ill. Az “ $\alpha$  = fajlagos iszapellenállás” bevezetésével

$$\alpha = \frac{K(1-\varepsilon)\omega_p^2}{\varepsilon^2 \rho_p} \quad (6.1-6)$$

a (6.1-2) egyenlet a (6.1-4) egyenletté alakul át:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p_\ell A}{\eta \left( \alpha c \frac{V}{A} \right)}.$$

### 6.1.1.2. A szűrőközeg ellenállása

A szűrés műveleténél a szűrlet átáramlásához az iszapréteg ellenállása mellett  $[(\alpha c V)/A]$ , további ellenállások legyőzése szükséges. Ezek:

- a szűrőközeg (szűrővászon) ellenállása és
- a szűrőberendezés vezetékének és szerelvényeinek ellenállása.

A továbbiakban e két ellenállás értéket összevonjuk,  $R_m$ -mel jelöljük és a szűrőközeg ellenállása néven együttesen kezeljük.

A (6.1-4) egyenlethez hasonló formában felírva a szűrőközeg  $\Delta p_m$  nyomásesését:

$$\Delta p_m = \frac{\eta}{A} R_m \left( \frac{dV}{dt} \right) \quad (6.1-7)$$

ahol  $R_m$  a szűrőközeg ellenállása [1/m].

A szűrő berendezés teljes ellenállása a  $\Delta p_\ell$  és  $\Delta p_m$  nyomásesések összege:

$$\Delta p = \Delta p_\ell + \Delta p_m = \frac{\eta}{A} \left( \frac{dV}{dt} \right) \left( \alpha c \frac{V}{A} + R_m \right) \quad (6.1-8)$$

A (6.1-8) egyenletet átrendezve az ún. *Carman-féle szűrési egyenletet* kapjuk:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p \cdot A}{\eta \left( \alpha c \frac{V}{A} + R_m \right)} \quad (6.1-9)$$

A szűrést állandó nyomáson végezve a (6.1-9) egyenlet integrálható:

$$\int_0^t dt = \frac{\eta}{A\Delta p} \left( \frac{\alpha c}{A} \int_0^V V dV + R_m \int_0^V dV \right) \quad (6.1-10)$$

vagyis:

$$t = \frac{\eta}{\Delta p} \left[ \frac{\alpha c}{2} \left( \frac{V}{A} \right)^2 + R_m \frac{V}{A} \right] \quad (6.1-11)$$

Ebből a szűrlettérfogat:

$$V = \frac{A}{\alpha c} \left( \sqrt{R_m^2 + \frac{2\alpha c t \Delta p}{\eta}} \right) - \frac{AR_m}{\alpha c} \quad (6.1-12)$$

### 6.1.2. Szűrési állandók meghatározása

A (6.1-9) egyenlet az alábbi alakban is felírható:

$$\frac{dt}{dV} = aV + b \quad (6.1-13)$$

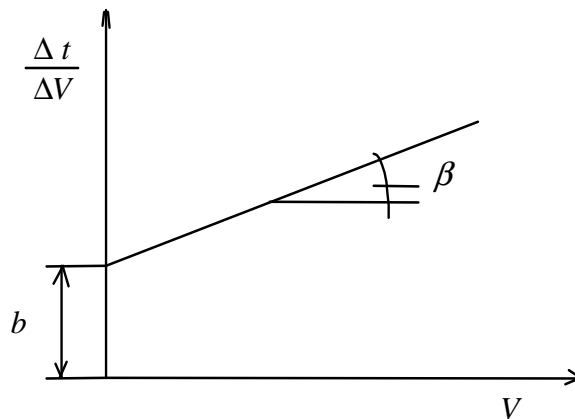
ahol:  $a = \frac{\alpha c \eta}{A^2 \Delta p}$ , az egyenes meredeksége

és  $b = \frac{R_m \eta}{A \Delta p}$ , az egyenes tengelymetszete az ordinátán

Mivel

$$\frac{dt}{dV} \cong \frac{\Delta t}{\Delta V}, \quad (6.1-14)$$

a mérések egy olyan diagrammon ábrázolhatók, ahol  $\frac{\Delta t}{\Delta V}$  értékeket ábrázoljuk a  $V$  szűrlettérfogat függvényében:



6.1-2. ábra. Szűrési konstansok meghatározása.

ahol  $a = t g \beta = \frac{\alpha c \eta}{A^2 \Delta p}$ . Az egyenes meredeksége  $a$ , és tengelymetszete  $b$  értékéből a két szűrési állandó:  $\alpha c$  és  $R_m$  számítható.

### 6.1.3. Optimális szűrési idő meghatározása.

Jelöljük a lehetséges legnagyobb szűrési időt  $t_{\max}$ -al. Ennek nagyságát két tényező szabja meg:

- 1) a szűrendő oldat mennyisége ( $V_{\bar{o}}$  összes szűrlet térfogat),
- 2) az a tény, hogy a szűrő iszapterfogata korlátozott ( $(V_{\text{iszap}})_{\max}$ , mégpedig

$$(V_{\text{iszap}})_{\max} = l_{\max} \cdot A = k V \quad (6.1-15)$$

ahol  $l_{\max}$  az iszapréteg maximális vastagsága,  $V$  a leszűrt szűrlet térfogat,  $k$  állandó. Gyakran előfordul, hogy,

$$V_{\bar{o}} > \frac{(V_{\text{iszap}})_{\max}}{k},$$

ilyenkor a feldolgozandó oldatot több részletben kell leszűrni. Az egy részletben feldolgozandó oldat mennyiségét azonban nem célszerű a szűrő iszapterfogata alapján a (6.1-15) egyenletből megállapítani, mert az iszaplepleny vastagodásával áramlási ellenállása is megnő, a (6.1-1) egyenletben definiált szűrési sebesség pedig csökken. Belátható, hogy a csökkenő sebesség rontja a szűrés gazdaságosságát. Ezért a tényleges szűrési időt  $t_{\max}$ -nál kisebbre szokták választani.

Egy teljes szűrési periódus ideje ( $t_{\bar{o}}$ ) két részre bontható:

a.) egy un. *állásidőre* ( $t_a$ ), amely magába foglalja a mosást, a szűrőlepeny eltávolítását, a vászon mosását és keretes szűrőpréseknél a berendezés össze- és szét-szerelésének idejét, és

b.) a *tényleges szűrési időre* ( $t_{sz}$ )

$$t_{\bar{o}} = t_a + t_{sz} \quad (6.1-16)$$

Az optimális szűrési idő meghatározásánál voltaképpen az időegység alatt leszűrt szűrlettérfogat (szűrési teljesítmény) maximumát keressük, vagyis a következő kifejezés maximumát:

$$\frac{V}{t_{\bar{o}}} = \frac{V}{t_a + t_{sz}}. \quad (6.1-17)$$

A szűrlettérfogat-szűrési idő összefüggést a (6.1-12) egyenlet írja le. A  $V(t_{\bar{o}})$  függvénykapcsolatot jelöljük formálisan:

$$V = f(t_{\bar{o}}) \quad (6.1-18)$$

A (6.1-18) egyenletnek ott van szélsőértéke, ahol:

$$\frac{d\left(\frac{V}{t_{\bar{o}}}\right)}{dt_{\bar{o}}} = \frac{d\left(\frac{f(t_{\bar{o}})}{t_{\bar{o}}}\right)}{dt_{\bar{o}}} = 0 \quad (6.1-19)$$

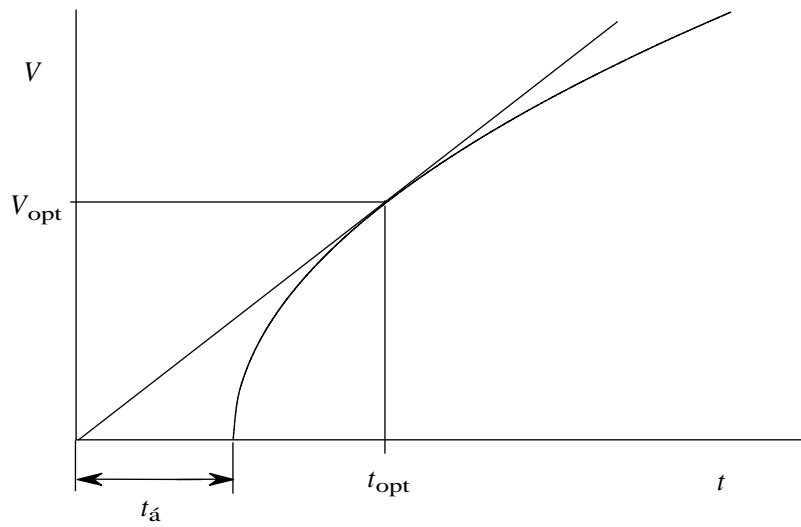
Tört differenciálhányadosa:

$$\frac{d\left(\frac{f(t_{\bar{o}})}{t_{\bar{o}}}\right)}{dt_{\bar{o}}} = \frac{t_{\bar{o}}f'(t_{\bar{o}}) - f(t_{\bar{o}})}{t_{\bar{o}}^2} = 0 \quad (6.1-20)$$

Ebből:

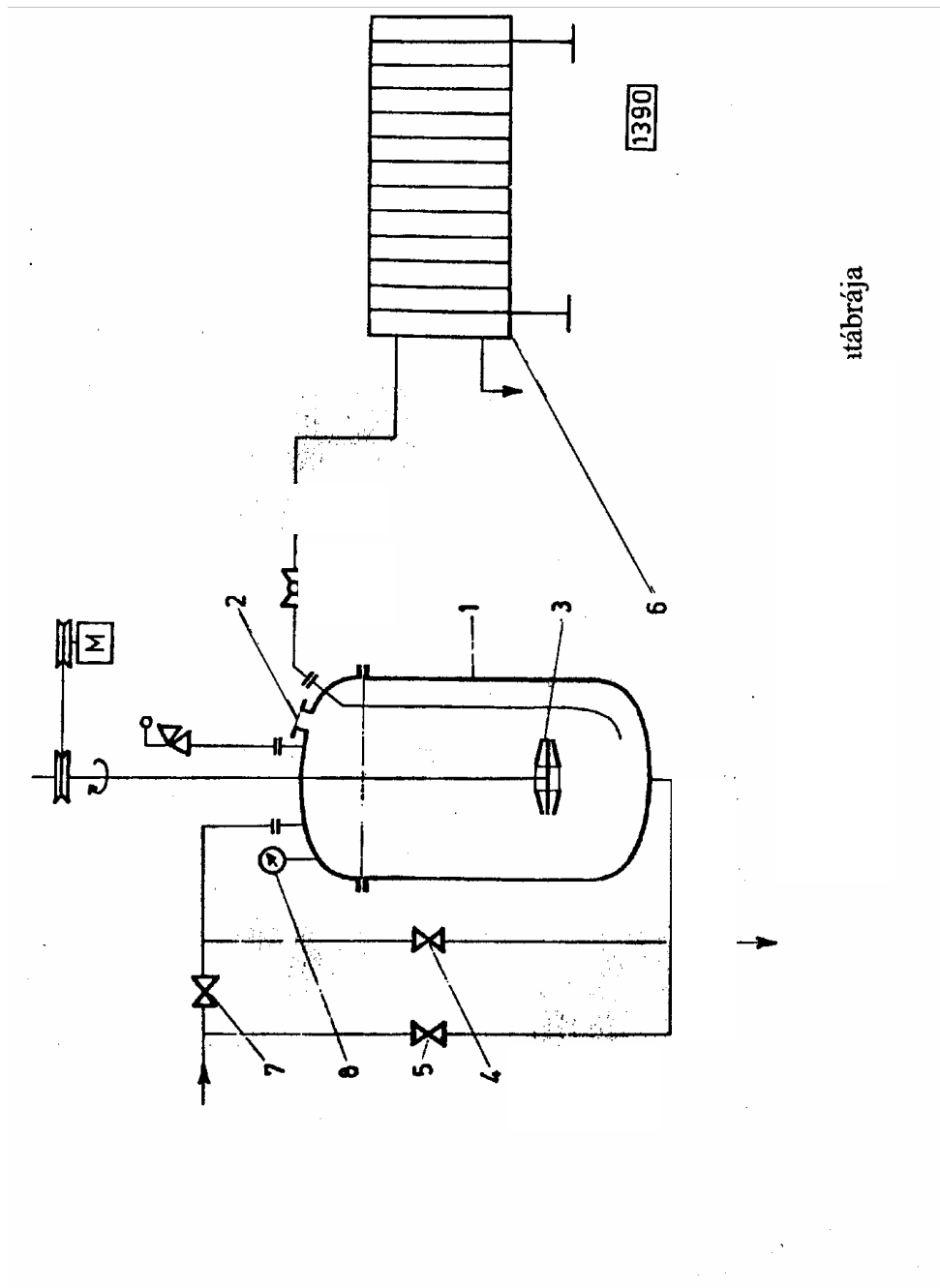
$$f'(t_{\bar{o}}) = \frac{f(t_{\bar{o}})}{t_{\bar{o}}}. \quad (6.1-21)$$

Vagyis, az optimum helyén a differenciálhányados megegyezik a  $V/t_{\text{opt}}$  hányadossal.



6.1-3. ábra. Optimális szűrési idő grafikus meghatározása.

A fenti egyenletet legegyszerűbben grafikusan oldjuk meg. Ábrázoljuk a leszűrt térfogatot az idő ( $t$ ) függvényében (6.1-3 ábra). Az origóból meghúzzuk a görbéhez rajzolható érintőt, mely az optimális szűrési időnek megfelelő maximális iránytangenszt jelenti és megfelel a maximális  $(V/t_0)$  -szűrési teljesítménynek.



6.1-4. ábra  
Szűrőprés folyamatábrája

A fenti módszer általánosan alkalmazható minden szakaszos művelet optimu-  
mának meghatározására, amennyiben a termék árát nagymértékben az előállítási  
idő határozza meg.



#### 6.1.4. Szűrési gyakorlat leírása

A mérés megkezdése előtt ellenőrizzük az 5 szelep és a 9 csap zárt állását (6.1-4. ábra). Ezután a 200 literes tartályba a 2 adagoló nyíláson keresztül kb. 100 liter vizet töltünk. Ellenőrizzük, hogy a megfelelő mennyiségű kréapor a tartályban van-e. Ezután a 2 adagoló nyílást lezárjuk és összeszereljük a szűrőprést (6). A stabilizált tápegység segítségével beállítjuk a mérésvezető által megadott nyomást (0,5-1,2 bar túlnyomás között). A 9-es csap nyitásával megindítjuk a szűrést. Ezzel egyidőben indítjuk a stoppert is. Mérjük a 2, 4, 6... stb. liter szűrlet térfogatához tartozó időket. A szűrést 20-30 liter leszűréséig végezzük, vagy befejezhetjük abban az esetben is, ha 2 liter szűrése között eltelt 5 perc, vagy annál hosszabb idő. Mérés végeztével zárjuk a 7-es szelepet és a 9-es csapot, ezután kinyitjuk a 4-es lefúvató szelepet. A túlnyomás megszűnése után szétszereljük a szűrőprést, a kiszűrt kréaport a tartályba helyezzük, feltöltjük vízzel az eredeti szintig. Ismét összeszereljük a szűrőprést, zárjuk a tartályt, és megismételjük a második – célszerűen nagyobbik – nyomáson a mérést. Mérjük a két szűrés közötti állásidőt.

A mérési jegyzőkönyv tartalmazza a mért adatokat: a két nyomást, és kétlitenként a szűrési időket. Írjuk fel a két szűrés között eltelt állásidőt. Számítsuk ki a két szűrési állandót ( $\alpha$  és  $R_m$ ). Grafikus szerkesztéssel határozzuk meg az optimális szűrési időt és az ehhez tartozó optimális szűrlet térfogatot.

Készítette: Rezessy Gábor  
Manczinger József

Ellenőrizte: Fonyó Zsolt